METODOS AVANZADOS DE ANALISIS DE VARIANZA EN ESCENARIOS DE PROSPECTIVA NUCLEAR.

J. Blázquez[(1)], C. Montalvo [(2)], , M. Balbás[(2)] y A. García-Berrocal[(2)]

[(1)]Div. Fisión Nuclear, CIEMAT, Madrid
e-mail# juan.blazquez@ciemat.es
[(2)]Dto Física Aplicada a Recursos Minerales, ETSIM, UPM Madrid
e-mail# cristina.montalvo@upm.es

INTRODUCCIÓN

La fisión nuclear, como fuente de energía, está basada en cuatro pilares característicos: la Economía, la Seguridad, la Sostenibilidad y la No-Proliferación. Es claro que estos pilares no son independientes. La Seguridad afecta al precio de costo del kWh, y éste, a la cantidad de reservas de uranio. Por otro lado, la proliferación fue una de las causas del escaso desarrollo de los reactores reproductores, lo que afectó considerablemente a las reservas de uranio.

Aunque no el único, uno de los elementos de la Sostenibilidad es la Garantía de Suministro de Combustible. Suele expresarse en años, y se calcula como la duración de las reservas de uranio metal con una tasa de quemado determinada. Si este tiempo es inferior a dos veces la vida esperada de la planta nuclear, no hay Garantía de Suministro, y, en consecuencia, no se construirán nuevas plantas. En otros términos, la Garantía debiera ser superior a 80 años.

Aunque las decisiones de desarrollo nuclear necesitan esta Garantía, lo cierto es que la duración de las reservas está sujeta a grandes incertidumbres. Una incertidumbre de 10 años da lugar a unas decisiones muy distintas a una incertidumbre de 25 años. De manera que tiene sentido añadir el dato del intervalo de confianza, aunque las predicciones sean a tan largo plazo.

Es común estimar el intervalo de confianza en base a escenarios. En un extremo, se fijan las variables en el cálculo de la Garantía más bien a la baja, y en el otro, al alza. Se obtienen así dos posibles valores para la duración de los recursos. Implícitamente se supone que la distribución de probabilidad, entre ambos extremos, es plana.

En este trabajo se busca también el intervalo de confianza para la predicción, pero a partir de las consideraciones de los distintos escenarios se asigna una desviación típica a cada una de las variables que intervienen en el cálculo simple de la duración de las reservas; posteriormente se estima la anchura del intervalo de confianza. Las técnicas tradicionales de propagación de la varianza no son muy fiables, dado que hay incertidumbres del 100 % en valor relativo, de manera que utilizaremos procedimientos menos convencionales, tales como la distribución Beta, la Lógica Difusa y el Método de Montecarlo

INCERTIDUMBRE EN LAS RESERVAS DE URANIO

El concepto de reserva es en sí mismo bastante difuso. Si aumenta la demanda de metal sube el precio del mercado; para un precio mayor suele suceder que se explotan minas que no se consideraban rentables, con lo cual aumentan las reservas. Con más uranio disponible, hay un exceso de oferta y bajan los precios, con lo cual las reservas se estabilizan hasta un nuevo aumento de demanda.

Según la OCDE(1) hay en la actualidad unos 440 reactores, aunque no todos tienen la misma potencia, por lo que se estima que la potencia nuclear actual asciende a 369 GWe. De los cálculos de quemado se infiere que el gasto anual de combustible es de 67.8 x 10^3 tU (toneladas de uranio metal).

Las reservas razonablemente aseguradas, a un costo inferior a 130 $/tU, se estiman en 4743 x 10^3 tU, de donde se infiere ingenuamente, que a la tasa actual de consumo las reservas durarían 70 años. Este plazo es superior a la vida extendida de las plantas, que actualmente es de 60 años, pero si aumentara la demanda nuclear, podría hacerse inferior. Naturalmente, un aumento de la demanda daría lugar a un aumento de precio del combustible, lo que generaría más reservas, tendiendo a conservar el plazo de la Garantía.

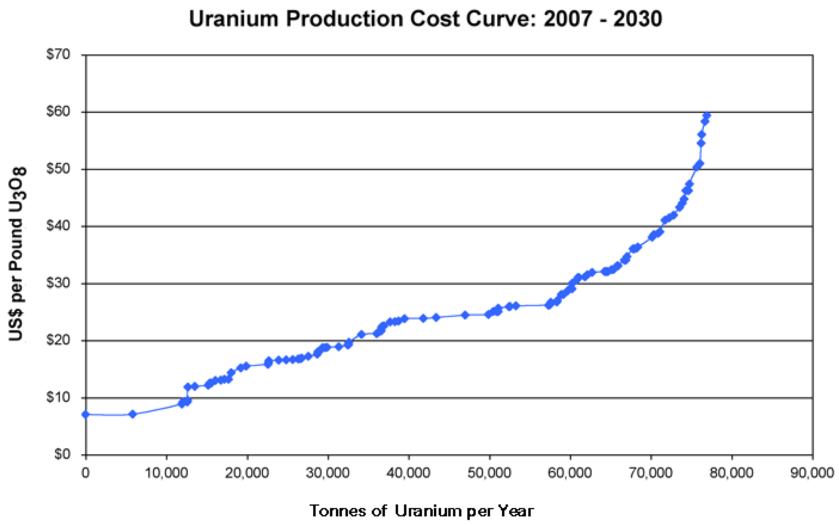

Figura 1. Costo del Uranio respecto a la producción anual (Internacional Nuclear Inc).

Dado lo apretado de la disponibilidad de combustible, y la fuertes inversiones para construir una planta, del orden de 3 €/W, se construirían pocas plantas, las necesarias para reponer las actuales. Sin embargo, el reciclado de combustible y los reactores rápidos reproductores futuros aumentan en un factor superior a 50 las reservas actuales, por lo que no habría problema de Garantía.

Hay que considerar también que los reactores rápidos son proliferantes, y que el costo del combustible reciclado es mayor que el proveniente de minería; de manera que el incremento de reservas tiene impedimentos.

Hay otras fuentes de combustible nuclear proveniente del desmantelamiento de armas nucleares, y también puede usarse torio, tres veces más abundante que el uranio.

Sin duda el precio del uranio tiende a subir; la razón fundamental es que desde hace treinta años, la demanda supera a la oferta, y que se necesitan varios años para llevar al mercado las nuevas minas -aumento de oferta.

Para estimar la incertidumbre en las reservas del uranio usamos la tabla(1):

	Recursos convencionales conocidos	Recursos convencionales totales	Considerando recursos no convencionales
Con la tecnología actual de reactores	100 años	300 años	700 años
Con reciclado y reactores rápidos	> 3000 años	> 9000 años	> 21000 años

Tabla I. Razón de las reservas de uranio al consumo anual actual, según el Nuclear Energy Outlook de la OCDE en 2008.

Comparando el cálculo de 70 años con las estimaciones de la tabla, la desviación típica se considerará del orden del 25 %.

INCERTIDUMBRE EN LA DEMANDA DE URANIO

La demanda tiende a aumentar debido, entre otros motivos, a:

- Renacimiento nuclear
- Escasez de petróleo
- Mitigación del Cambio Climático
- Economías emergentes demandantes de energía.

El caso de China es paradigmático. En la actualidad ya es el mayor consumidor mundial de energía, pero el consumo per cápita es aproximadamente el 20 % de los Estados Unidos, por lo que necesariamente tienen que aumentar. En el World Energy Outlook 2010 de la IEA[2] se estima que China aumentará la demanda nuclear de un 6 %/año en 2008 hasta un 8 %/año en 2035; lo que sin duda confirma el precio al alza del uranio.

El Acuerdo de Copenhague en diciembre de 2009 respecto al cambio climático consiste en limitar las emisiones de CO_2, de manera que el aumento de temperatura global no exceda de 2 ºC los valores pre-industriales. El objetivo del Acuerdo no es vinculante, pero se han adherido los principales estados emisores, de manera que son de esperar políticas que favorezcan la energía nuclear.

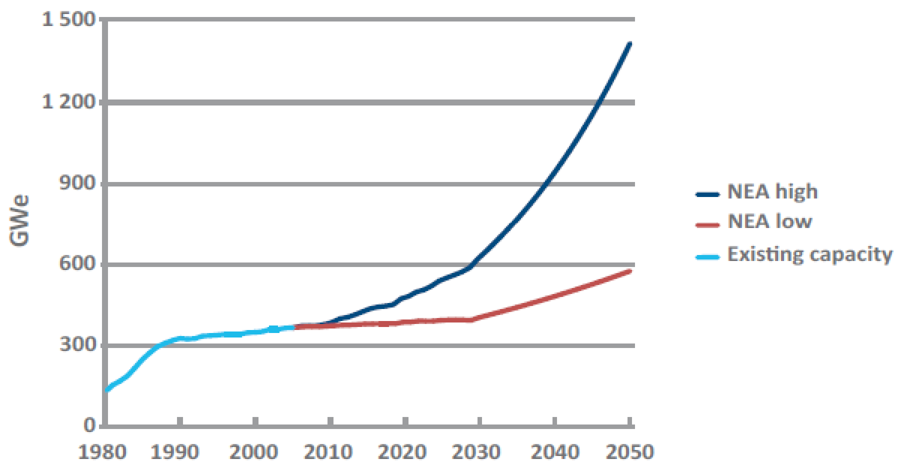

Figura2. Crecimiento de la demanda nuclear (NEA, Nuclear Energy in Perspective, dic. 2009)

La Agencia Nuclear de la Energía (OECD) establece dos escenarios[3]: seguir con la política actual, con la demanda creciendo al 1 % anual, o bien, limitar las emisiones de CO_2 con la demanda creciendo a un 3 % anual. La incertidumbre en la demanda podría tomarse del orden de un 50 %.

¿Es esto posible? La tasa de construcción de reactores durante estas cuatro décadas sería del orden de 25 reactores/año, que es comparable a la tasas de los años 80, de 22 reactores/año. Esta expansión necesitaría recursos humanos, mejoras en la minería del uranio, política de residuos bien definida y aceptada, y reproceso del combustible. Las inversiones son considerables, y además, hay que desarrollar nuevos tipos de reactores.

En el caso español, sería necesario un reactor cada dos años, que es lo predicho por el Foro Nuclear Español[4], a partir de 2018. De otra forma sería difícil cumplir el Acuerdo de Copenhague.

INCERTIDUMBRE EN LA DURACION. ESTIMA ELEMENTAL

Denotamos por R a las reservas mundiales de uranio metal; G al consumo actual de uranio por año; y r a la demanda anual de uranio. Los valores límites de ambas magnitudes:

Magnitud	Valor esperado	Valor máximo	Valor mínimo
R	4743 Mt U	5743 Mt U	3743 Mt U
r	0.02 año^{-1}	0.03 año^{-1}	0.01 año^{-1}
G	67.8 Mt U		

Tabla II. Magnitudes que intervienen en el cálculo de la duración de las reservas

Si T es la duración de las reservas, se calcula el valor esperado y la desviación típica. Si el consumo permaneciera constante, T = 4743/67.8 = 70 años.

Al aumentar el consumo exponencialmente, este número se reduce considerablemente:

$$R = \int_0^T G e^{rt} dt \tag{1}$$

Despejando T, resulta:

$$T = \frac{1}{r} \ln\left(1 + \frac{rR}{G}\right) \tag{2}$$

El valor máximo de T se obtiene con r mínima y R máxima; el valor mínimo, con la r máxima y la R mínima. Resulta:

T máximo	61.3 años
T mínimo	32.5 años

Tabla III. Valores extremos para la duración de las reservas

La desviación típica dependerá de la distribución de probabilidades para los valores de la duración de las reservas T. Si ante la ignorancia a priori tomamos una distribución plana:

$$\sigma_T = \frac{T_{\max} - T_{\min}}{2\sqrt{3}} \quad ; \quad < T > = \frac{T_{\max} + T_{\min}}{2} \qquad (3)$$

Si suponemos una distribución beta, esto es, le damos poca credibilidad a los extremos, y tomamos el valor medio como el correspondiente al cálculo de T con los valores esperados de r y R, o sea, T_β= 43.7 años, el valor esperado será:

$$< T > = \frac{T_{\max} + 4\, T_\beta + T_{\min}}{6} \quad ; \quad \sigma_T = \frac{T_{\max} - T_{\min}}{6} \qquad (4)$$

Por último, si utilizamos la fórmula de las varianzas en *(2)*, tomando como variables aleatorias R y r, y aceptando como valor medio T_β resulta:

$$< T > = T_\beta \quad ; \quad \sigma_T^2 = \frac{\sigma_r^2}{r^2}\left[\frac{R/G}{1 + rR/G} - \frac{1}{r}\ln\left(1 + rR/G\right)\right]^2 + \frac{\sigma_R^2 / G^2}{(1 + rR/G)^2} \qquad (5)$$

Esta última expresión es más compleja; requiere de las varianzas de las variables aleatorias r y R. Si suponemos una distribución de probabilidades plana para ambas variables, la distribución de probabilidades par T no sería plana, pero las desviaciones típicas serían parecidas a las estimadas anteriormente, variando el factor de cobertura. Además, la expresión anterior está obtenida de un desarrollo en serie de Taylor hasta el orden primero, ya que supone pequeñas desviaciones respecto al valor medio, lo cual no es nuestro caso.

La fórmula de propagación de varianzas tiene una virtud añadida, pues señala la importancia relativa de cada uno de los términos en la varianza de T. En particular, si $rR/G \ll 1$ entonces la incertidumbre en r es irrelevante.

Con objeto de hacer estimaciones numéricas para comparar los tres procedimientos tomamos como desviaciones típicas para r y R las correspondientes a una distribución plana:

$$\sigma_r = \frac{\Delta r}{2\sqrt{3}} = 0.0058 / año \quad ; \quad \sigma_R = \frac{\Delta T}{2\sqrt{3}} = 578\, MtU \qquad (6)$$

Los resultados se sumarizan en la tabla:

Procedimiento	Valor esperado (años)	Desviación típica (años)
Distribución plana	46.9	8.3
Distribución beta	44.7	4.8
Propagación varianza	43.7	5.5

Tabla IV. Duración de las reservas según el método de estimación

El resultado de más verosimilitud depende de las políticas que tomen los gobiernos respecto al Acuerdo de Copenhague; en caso de seguimiento medio, las demandas extremas son poco verosímiles, de manera que la distribución beta tendría mayor verosimilitud que la distribución plana.

ESTIMA DE INCERTIDUMBRE POR METODOS AVANZADOS

Para la estima de la incertidumbre de la duración de las reservas, se emplearan dos procedimientos menos convencionales que los anteriores. En uno de ellos, se emplearán técnicas de Lógica Difusa, considerando las variables aleatorias como números borrosos. En el otro, se usarán las técnicas de simulación por Montecarlo

Lógica Difusa

En este caso, los procedimientos basados en números borrosos[5] son especialmente sencillos, ya que de opera siempre con intervalos positivos. Se parte de la expresión *(2)*, pero ahora r, R y T son intervalos de R^* en vez de puntos.

En particular:

$$R^* = \left[R - \Delta R, R + \Delta R\right] \quad ; \quad r^* = \left[r - \Delta r, r + \Delta r\right] \quad ; \quad T^* = \left[T - \Delta T_i, T + \Delta T_d\right] \qquad (7)$$

Denominando el intervalo auxiliar Γ^*:

$$\Gamma^* = \left[\frac{(R - \Delta R)(r - \Delta r)}{G}, \frac{(R + \Delta R)(r + \Delta r)}{G}\right] = \left[\alpha_i, \alpha_d\right] \qquad (8)$$

Al aplicarle una función creciente se tiene:

$$\ln\left(1 + \Gamma^*\right) = \ln\left(1 + \alpha_i\right), \ln\left(1 + \alpha_d\right) \qquad (9)$$

Para dividir por r^* se utiliza el concepto de pseudo-inversa, invirtiendo el orden de los extremos del intervalo:

$$T^* = \left[\frac{\ln\left(1 + \alpha_i\right)}{r + \Delta r}, \frac{\ln(1 + \alpha_d)}{r - \Delta r}\right] \qquad (10)$$

De esta expresión se obtiene ΔT, pero la interpretación depende de lo que se entienda por ΔT. En este caso:

$$R^* = \left[3743, 5743\right] \; MtU; \quad r^* = \left[0.01, 0.03\right] \; año^{-1} \qquad (11)$$

Operando con números borrosos se obtiene:

$$T^* = \left[15, 126\right] \qquad (12)$$

Si se interpretan los extremos como los correspondientes a una distribución plana de probabilidades, significa que se le asigna credibilidad a los mismos. Entonces:

$$T = 70 \pm 32 \text{ años} \tag{13}$$

Un caso más realista es asignar poca credibilidad a los extremos, y suponer que la estima más probable es la de 43.7 años. El intervalo de incertidumbre sería ahora asimétrico; se estiman dos 'desviaciones típicas' en años:

$$\sigma_{\mathrm{i}} = (43.7 - 15)/3 = 9.56\,; \qquad \sigma_{\mathrm{d}} = (126 - 43.7)/3 = 27.4 \tag{14}$$

Una mejor aproximación sería ajustar una distribución beta[6] con parámetros p=2, q=4:

$$\beta(x) = \frac{1}{B(p,q)} x^{p-1}(1-x)^{q-1} \quad ; \quad x = \frac{T - T_i}{T_d - T_i} \quad ; \quad B(p,q) = \frac{\Gamma(p)\Gamma(q)}{\Gamma(p+q)} \tag{15}$$

Con esta distribución se puede estimar el factor de cobertura al 95 %.

Método de Montecarlo

La distribución beta anterior se ha propuesto a fortiori, para confirmar su validez como aproximación puede usarse el método de Montecarlo. Se utiliza la ecuación (2) para hacer la simulación, donde las variables aleatorias son:

$$\mathrm{r} = \mathrm{r}_0 + \eta\Delta\mathrm{r} \quad ; \quad \mathrm{R} = \mathrm{R}_0 + \mu\Delta\mathrm{R} \tag{16}$$

donde η y μ son dos variables aleatorias uniformemente distribuidas en [-1,1].

Se calculan la duración de las reservar para cada valor simulado de las variables aleatorias, y se construye la función de distribución de probabilidades. El resultado se muestra en la figura 3:

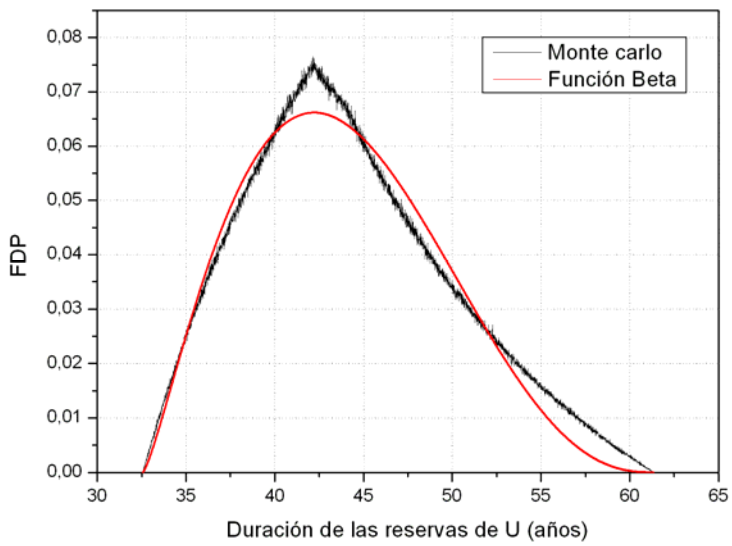

Figura 3. Distribución de probabilidades para la duración de las reservas

Con la distribución se obtiene un factor de cobertura al 95 % de 1.9; de manera que la simulación se expresa como:

$$T = 44.2 \pm 1.9 \text{ x } 5.7 \text{ años}$$

La distribución se ha construido con una muestra de 10000 valores de T; es una distribución triangular asimétrica, ya que es la composición de dos variables aleatorias planas, pero pierde la simetría por causa del logaritmo que aparece en la ecuación *(2)*. Se ha comparado con una distribución beta de parámetros p = 2.3 y q = 3.6; semejantes a los usados a fortiori con el método de la Lógica Difusa.

RESULTADOS Y CONCLUSIONES

Una de las mejores opciones para cumplir el Acuerdo de Copenhague para la mitigación del cambio climático es el incremento de la energía nuclear en el mix energético de los estados que se han adherido al Acuerdo. Un cumplimiento moderado del Acuerdo requiere un incremento del 2 % anual de la potencia nuclear actual, pero entonces, las reservas de uranio baratas, de menos de 130 $/tonelada resultan escasas. Se hace necesario el reproceso de combustible para que las reservas duren más del doble de la vida de las plantas.

La estima del valor esperado de la duración de las reservas es sencilla, pero su incertidumbre requiere de una distribución de probabilidad. La incertidumbre se ha estimado a partir de los escenarios contemplados en la actualidad. Se han empleado tres procedimientos sencillos para calcular la desviación típica, con resultados semejantes, sin embargo, el factor de cobertura al 95 % requiere métodos más elaborados.

Considerando que la demanda anual de uranio y las reservas totales son variables aleatorias, se ha usado una técnica de Lógica Difusa para estimar el intervalo asimétrico de incertidumbre. La distribución beta parece ser adecuada para el cálculo del factor de cobertura. También se ha simulado por Montecarlo la distribución de probabilidades, obteniendo una distribución triangular asimétrica y se ha estimado empíricamente el factor de cobertura. Este resultado da soporte a la distribución beta, usada en los cálculos de la Lógica Difusa, con mucho menos esfuerzo de computación.

REFERENCIAS

1. OCDE (2008) ,"*Nuclear Energy Outlook*"
2. International Energy Agency (2010), "*World Energy Outlook*", Resumen ejecutivo.
3. NEA(2009), *Nuclear Energy in Perspective*, Resumen ejecuivo
4. Foro Nucear Español (2008), "*Energía 2008*", Chap. 2
5. Kaufmann A & Gil J. (1990), "*Las matemáticas del azar y de la incertidumbre*", Editorial Centro Ramón Areces, Chap. 5
6. Rios Sixto (1972); "Análisis estadístico aplicado", Edit. Paraninfo, Chap. 8.